

den leicht zu ersiehenden Werth

$$\frac{3u}{2h^2} \cos \frac{u\eta^2}{2} + \sin \frac{u\eta^2}{2},$$

so folgt nunmehr nach einfacher Reduction:

$$D_3 = \frac{3}{\pi h \sqrt{2\pi}} \int_0^\infty d\eta \eta^2 e^{-\eta^2 \frac{h^2}{2}} \int_0^\infty du \cos \frac{u\eta^2}{2} e^{-u^2 \frac{3\eta^2}{8h^2}} \\ + \frac{2h}{\pi \sqrt{2\pi}} \int_0^\infty d\eta \eta^2 e^{-\eta^2 \frac{h^2}{2}} \int_0^\infty du \frac{\sin \frac{u\eta^2}{2}}{u} e^{-u^2 \frac{3\eta^2}{8h^2}}.$$

Die Anwendung der Formeln (11) und (12) S. 117 liefert

$$D_3 = \frac{\sqrt{3}}{\pi} \int_0^\infty d\eta \eta e^{-\frac{2}{3}h^2\eta^2} \\ + \frac{h^2}{\pi \sqrt{3}} \int_0^1 dz \int_0^\infty d\eta \eta^3 e^{-\left(\frac{h^2}{2} + \frac{h^2 z^2}{6}\right)\eta^2}.$$

Weiter findet sich

$$D_3 = \frac{3\sqrt{3}}{4\pi h^2} + \frac{2}{\pi h^2 \sqrt{3}} \int_0^1 \frac{dz}{\left(1 + \frac{z^2}{3}\right)^2}$$

oder

$$(9) \quad D_3 = \frac{\sqrt{3}}{\pi h^2} + \frac{1}{6h^2}.$$

Die Substitution von (7), (8) und (9) in (6) giebt

$$\widehat{([d^2])} = \frac{n(n-1)}{2h^2} \left(\frac{n+1}{3} + (n-2) \frac{n-3+2\sqrt{3}}{\pi} \right),$$

und das mittlere Fehlerquadrat (5) von D wird somit:

$$(11) \quad \frac{1}{n(n-1)h^2} \left(\frac{n+1}{3} + \frac{2(n-2)\sqrt{3}-4n+6}{\pi} \right),$$

wodurch auch der zweite Theil von Formel (1) bewiesen ist.

Mittlerer Fehler in der Berechnung von ρ , in Bruchtheilen von ρ , nach Jordan's Formel.

n	
2	0.756
3	0.525
4	0.425
5	0.366
10	0.241
∞	$0.715 : \sqrt{n-1}$

Für $n=2$ und 3 sind diese Werthe genau dieselben, wie bei der Peters'schen Formel. Für $n=5$ ist der mittlere Fehler noch grösser als bei der Fechner'schen Formel, für $n=10$ aber bereits kleiner und für grosse n wird nahezu die Genauigkeit der günstigsten Formel, die ρ aus den Fehlerquadraten berechnet. Dasselbe Resultat erhält man aus der Betrachtung des wahrscheinlichen Fehlers. Derselbe findet sich für grosse n in üblicher Weise aus dem mittlern und für $n=2$ sind die wahrscheinlichen Grenzen von ρ gleich

$$\rho (1 \pm 0.443);$$

dieselben wie bei der Peters'schen Formel, mit welcher die zuletzt untersuchte Formel für $n=2$ coincidirt.

Zum Schlusse dürfte noch der Umstand Erwähnung verdienen, dass die hier behandelte Formel auch auf n wahre Beobachtungsfehler ε angewandt werden kann, (wobei sie jedoch für $n < 10$ keinen Gewinn giebt) und dass ρ nach dieser Formel aus n solchen Fehlern nicht genauer gefunden wird, als aus n Beobachtungswerthen l.

März 1876.

Helmert.

Observations of the Satellites of Neptune and Uranus.

Made with the 26-inch Refractor of the U. S. Naval Observatory, at Washington.

(Communicated by Rear Admiral C. H. Davis, Superintendent.)

Satellite of Neptune.

1875	Wash. m. t.	p	Nr. comp.	wt.	Wash. m. t.	s	Nr. comp.	wt.	Obs.
Sept. 6	12 ^h 19 ^m	201°0	5	3	12 ^h 30 ^m	11°90	5	3	H
8	11 50	41.6	5	4	11 59	16.78	5	4	"
9	12 10	20.6	5	2	12 20	11.62	5	2	"
20	11 44	37.2	5	2	11 53	17.23	4	2	"
26	11 20	32.3	6	5	11 50	16.46	3	5	Hn
29	11 40	215.1	5	3	12 0	16.32	4	3	H
Oct. 2	10 53	33.8	5	3	11 6	16.84	5	3	"
2					11 43	17.03	4	2	Hn
5	10 26	212.5	4	5	10 46	16.83	4	5	"
5					11 5	16.75	3	5	"

1875	Wash. m. t.	p	Nr. comp.	wt.	Wash. m. t.	s	Nr. comp.	wt.	Obs.
Oct. 7	10 ^h 35 ^m	46°6	4	1					Hn
13	9 27	48.7	3	2	9 ^h 48 ^m	14''33	5	2	"
13	9 58	48.9	4	2					"
16	10 45	227.4	5	2	11 4	15.73	3	2	"
17	11 54	205.1	5	3	12 22	13.92	4	3	"
19	9 30	46.2	5	4	9 52	15.32	5	4	"
20	10 50	24.5	4	2	11 11	13.91	3	2	"
22	10 31	223.4	4	4	10 47	16.85	3	4	"
25	9 45	41.0	5	4	9 27	16.84	5	4	"
29	9 9	201.1	6	3	9 36	12.71	5	3	"
31	9 53	40.2	4	2	10 17	17.11	5	2	"
Nov. 5	8 53	71.9	4	2	9 34	7.74	2	2	"
6	8 23	40.1	4	2	8 37	17.09	2	2	"
6					8 53	16.92	3	3	"
8	9 12	244.4	5	1	11 1	10.04	2	1	"
12	10 36	34.7	4	2	10 52	17.53	4	2	"
15	8 43	216.2	4	2	9 6	17.64	6	2	"
15	9 29	214.2	4	2					"
17	9 0	58.0	6	1	9 30	11.08	3	1	"
24	8 2	32.7	5	3	8 24	16.70	5	3	"
27	7 30	214.7	5	2	7 42	16.17	5	2	H
29	7 55	53.8	4	1	8 10	13.10	2	2	Hn
29	8 29	50.5	8	2					"
30	7 57	32.2	5	3	8 12	16.29	5	3	H
Dec. 2	8 21	230.3	5	3	8 35	14.16	5	3	"
15	6 40	207.2	5	3	6 56	13.96	5	3	"
17	9 0	41.3	3	3					"
20	6 2	223.1	5	3	6 17	16.12	5	3	"
1876									
Jan. 3	7 42	64.1	5	2	7 54	9.72	3	2	"
4	7 11	36.8	5	3	7 42	16.70	4	3	"
7	7 35	214.1	5	4	7 45	16.39	5	4	"
10	6 38	33.8	5	1½	6 52	17.01	5	1½	"
13	6 42	214.3	5	2	7 12	16.35	5	2	"
24	7 10	223.7	5	3	7 24	14.28	5	3	"
25	6 52	207.4	5	3	7 4	14.80	5	3	"
28	6 28	28.6	5	2	6 43	14.67	2	2	"
31	6 41	205.0	5	4	6 50	13.73	5	4	"

Satellites of Uranus. Oberon.

1876									
Jan. 6	12 27	339.6	3	4	12 37	33.05	2	4	Hn
14	11 48	110.6	4	1	12 2	23.30	1	1	"
20	12 33	320.9	4	2	12 47	26.92	4	2	"
25	11 4	181.4	4	2	11 24	44.12	4	2	"
26	11 5	163.5	4	4	11 19	35.53	4	4	"
Febr. 2	10 43	337.8	4	4	11 12	32.79	4	4	"
16	10 53	320.9	2	1					"
17	10 58	271.5	3	3	11 41	22.29	3	3	"
18	11 6	227.8	4	4	11 25	30.18	2	4	"

1876	Wash. m. t.	p	Nr. comp.	wt.	Wash. m. t.	s	Nr. comp.	wt.	Obs.
Mar. 4	10 ^h 52 ^m	198 ^o 3	4	4	11 ^h 18 ^m	44''25	2	3	Hn
9	8 54	57.4	4	3	9 6	27.28	4	3	H
13	8 44	346.8	4	3	8 55	38.24	4	2	"
14	9 44	318.2	4	2	9 52	27.30	3	2	"
22	9 18	77.9	4	3	9 26	23.36	2	3	"
23	8 58	41.5	4	3	9 8	32.68	4	3	"
31	8 13	198.0	4	2	8 24	43.48	4	2	"
Apr. 6	7 51	30.4	4	3	7 59	37.32	4	3	"
8	7 39	1.5	4	2	7 49	44.27	4	2	"
15	8 3	177.1	4	3	8 13	42.80	4	3	"

Titania.

Jan. 6	12 18	23.5	3	4	12 52	31.72	1	2	Hn
14	11 32	48.2	5	2	12 7	27.18	2	2	"
20	12 24	186.2	4	2	13 8	34.22	4	2	"
25	11 8	351.7	4	2	11 40	31.09	4	2	"
26	11 35	309.6	4	5	11 40	17.18	1	—	"
31	11 19	76.3	4	5	11 36	16.32	2	3	"
Febr. 2	10 42	6.8	4	4	11 12	34.40	4	4	"
12	11 19	332.6	4	3	11 27	23.27	1	3	"
16	10 49	166.1	2	1					"
17	11 0	112.9	3	3	11 19	16.15	3	3	"
18	11 2	44.1	4	4	11 25	23.57	2	4	"
Mar. 4	10 49	176.7	4	4	11 17	31.57	2	3	"
9	8 33	339.7	4	3	8 43	26.45	4	3	"
13	9 6	169.5	4	2	9 16	29.76	4	2	H
14	9 30	125.9	4	2	9 38	18.02	2	2	"
21	8 9	187.3	4	2	8 22	33.95	4	2	"
22	9 34	160.7	4	3	9 46	26.47	4	3	"
23	8 39	105.9	4	3	8 48	16.84	4	3	"
31	7 48	152.3	4	2	8 2	23.52	4	2	"
Apr. 6	8 8	225.0	4	2	8 18	23.35	4	2	"
8	7 59	173.7	4	2	8 9	30.97	4	2	"
15	8 24	212.2	4	3	8 35	27.54	4	3	"

Umbriel.

Jan. 20	12 13	179.3	2	3					Hn
26	10 54	23.3	3	4					"
Feb. 16	10 14	357.5	4	2	10 34	20.15	4	2	"
17	10 20	242.9	1	1					"
18	10 49	179.2	4	4	10 35	20.40	2	4	"
22	9 37	184.7	4	1					"
Mar. 3	10 38	23.0	4	3	10 56	19.71	2	3	"
14	8 57	176.3	4	2	9 5	19.43	2	2	H
22	8 48	188.9	4	3	9 2	21.10	2	3	"

Ariel.

Jan. 24	10 59	40.4	2	...					Hn
31	10 47	29.0	4	4	11 7	12.32	4	4	"
Feb. 17	10 9	162.7	4	3	10 40	10.64	2	3	"
18	10 8	2.5	4	4	10 22	15.15	4	4	"

1876	Wash. m. t.	p	Nr. comp.	wt.	Wash. m. t.	s	Nr. comp.	wt.	Obs.
Feb. 18	10 ^h 52 ^m	0°0	1	4					Hn
Mar. 3	10 24	172.7	4	3	11 ^h 13 ^m	12''87			"
4	10 34	10.8	3	4					"
9	9 22	17.7	4	2	9 32	14.49	2	2	H
13	8 13	182.5	4	2	8 30	14.81	2	2	"
14	8 47	23.4	4	2	9 15	13.72	2	2	"
22	8 54	347.6	4	2	9 10	12.50	2	2	"
23	8 17	189.8	4	3	8 28	14.92	2	3	"

The Companion of Sirius.

1876	Wash. m. t.	p	Nr. comp.	wt.	s	Nr. comp.	wt.	Observer
Jan. 3	12 ^h	54°3	4	2				Holden
6	11	54.5	6	3	12''13	3	3	"
7	11	56.0	4	3	11.29	4	3	"
12	10.5	57.8	5	—	11.12	4	—	J. C. Watson
20		54.8	4	3				Holden
20	10	54.6	4	—	11.45	4	—	C. H. F. Peters
Mar. 3	8	55.3	5	2	11.26	5	2	Hall
8	7.5	56.0	5	2	11.18	5	2	"
9	7.5	55.2	5	2	11.42	5	2	"
22	8	55.0	4	3	12.22	2	3	Holden
23	8	55.4	5	3	11.07	5	3	Hall
29	8	54.6	4	3	11.98	4	2	Holden
Apr. 6	6.8	54.9	5	3	11.07	5	3	Hall
7	7.0				11.49	2	1	Holden
8	7.1	54.5	5	2	11.16	5	2	Hall

Mean Results.

Date	p	Obs.	Date	s	Obs.	Nr. Obs.
1876.033	57°8	Watson	1876.033	11''12	Watson	1 1
1876.055	54.6	Peters	1876.055	11.45	Peters	1 1
1876.095	54.87	Holden	1876.155	11.822	Holden	6 5
1876.219	55.22	Hall	1876.219	11.193	Hall	6 6

In the preceding observations p denotes the angle of position, and s the distance expressed in seconds of arc. Generally the distances have been measured by the method of double distances, and the numbers in the column „Nr. comp.“ designate the number of such double measurements. The remarks of the observers on the faintness of the objects, the quality of the images, etc. have been omitted, as these conditions are sufficiently and more accurately expressed by the numbers in the column wt. Fewer observations of the satellites of Uranus have been made than usual, since the

objective was dismounted in April and the flint lense was repolished by Messes Alvan Clark and Son. It is proposed to give up, for the present, observing the outer satellites of Uranus, and after another opposition also the satellite of Neptune. Nearly all the above observations of satellites were made with a power of 890; those of Sirius with a power of 400.

In the column of observer H denotes A. Hall, and Hn E. S. Holden.

23. Mai 1876.

A. Hall.

Ueber einige im Cap-Cataloge fehlende Nebel.

Bei Gelegenheit der Bearbeitung meiner Beobachtungen über die Nebelgestirne bemerkte ich vor 10 Jahren, dass J. Herschel verschiedene sehr schwache

Nebel nicht notirt hat. Dass in seiner Durchmusterung mit dem 20füß. Reflector ein schwaches Object übersehen ward, darf nicht befremden; wenn aber auf einem